PRØVEEKSAMEN I MAT 1001, HØSTEN 2008

Oppgave 1

a) Finn en antiderivert til funksjonen $f(x) = xe^x$.

b) En første ordens differensiallikning er gitt ved $y' + \frac{1}{x}y = e^x$, hvor vi antar at $x > 0$. Finn den spesielle løsningen til denne differensiallikningen som tilfredsstiller $y(1) = 1$.

Oppgave 2

En 3×3-matrise M er gitt ved

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 2 & \alpha \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

hvor α er et reelt tall. For ett bestemt valg av α har M en egenverdi $\lambda = 0$. Hvilken verdi av α er dette?

Oppgave 3

En andre ordens differensiallikning er gitt ved

$$y'' + 3y' + \frac{5}{2}y = 0$$

a) Finn den generelle løsningen til denne differensiallikningen.

b) Finn den spesielle løsningen av differensiallikningen som tilfredsstiller initialbetingelsene $y(0) = 1$ og $y'(0) = 0$.

Oppgave 4

En modell for logistisk vekst er beskrevet gjennom differensiallikningen

$$\frac{dy}{dt} = \lambda y(A - y) \qquad \lambda > 0$$

der A er en reell konstant og $0 < y < A$.

a) Finn den generelle løsningen for differensiallikningen.

b) Ved tiden $t = 0$ setter vi $y(0) = \frac{A}{2}$. Finn en spesiell løsning som tilfredsstiller denne initialbetingelsen, uttrykt ved λ og A.

c) Når tiden t går mot uendelig vil y nærme seg en bestemt verdi. Finn denne verdien.

SLUTT